

Preparação para o ENQ

Aula 01 – Recorrências

Paulo Rodrigues

www.cadernosdematematica.com.br

17 de outubro de 2020



Sequências Recorrentes

Raízes da Equação do Segundo Grau

Sejam a e b as raízes da equação $x^2 = x + 1$. Mostre que $a^{13} + b^{13}$ é um inteiro e determine seu valor



Fato Importante 1

Prove que se a e b são as raízes da equação $x^2 - Sx + P = 0$, e $x_n = a^n + b^n$, então

$$x_{n+2} = Sx_{n+1} - Px_n,$$

para todo inteiro positivo n .



Fato Importante 2

Prove que se a e b são as raízes da equação $x^2 - Sx + P = 0$, e $x_n = \alpha a^n + \beta b^n$, então

$$x_{n+2} = Sx_{n+1} - Px_n,$$

para todo inteiro positivo n .



Recorrência

Calcule $ax^5 + by^5$ se os números reais a , b , x , e y satisfazem as equações

$$\begin{aligned}ax + by &= 3, \\ax^2 + by^2 &= 7, \\ax^3 + by^3 &= 16, \\ax^4 + by^4 &= 42.\end{aligned}$$



Problema Olímpico

Prove que, para todo inteiro positivo n , o número $\lfloor (2 + \sqrt{3})^n \rfloor$ é ímpar.
 $\lfloor x \rfloor$ é o maior inteiro $\leq x$



Resolver

Resolva a recorrência

$$a_n = pa_{n-1} + q,$$

sabendo que $a_0 = r$, sendo p, q, r constantes.

