Preparação para o ENA 2022
Simulado Aberto – Maio/Junho de 2021

www.cadernodematematica.com.br

02 de junho de 2021

(1) Simplificando a expressão $\frac{x^4-1}{x-1}$ obtemos
(a) $x^3 - x^2 + x - 1$ **(b)** $(x^2-1)(x+1)$ **(c)** $(x^2+1)(x-1)$ **(d)** $(x^2+1)(x+1)$ **(e)** x^3+1

---

(2) A área do triângulo ABC de lados $BC = 15$ cm, $CA = 14$ cm e $AB = 13$ cm é, em cm^2 igual a
(a) 72 **(b)** 78 **(c)** 84 **(d)** 90 **(e)** 91

---

(3) Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 - 6x + 5$. Sendo k um número real qualquer, podemos afirmar que $f(3+k)$ é igual a
(a) $f(k)$ **(b)** $f(k)+4$ **(c)** $f(3-k)$ **(d)** $-f(k)$ **(e)** $f(k-3)$

---

(4) Uma sequência é chamada *P. A de segunda ordem* quando a diferença entre os termos consecutivos forma uma progressão aritmética. Sabendo que a sequência $(a_n)_{n\geqslant 1}$ cujos primeiros termo são $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 5$, $a_4 = 10$, $a_5 = 17, \ldots$ é uma P.A de segunda ordem, podemos afirmar que a_{101} é igual a
(a) 9605 **(b)** 9802 **(c)** 10001 **(d)** 10202 **(e)** 10610

---

(5) Sejam a e b as raízes da equação do segundo grau $x^2 - 3x + 1 = 0$. O valor de $a^3 + b^3$ é igual
(a) 12 **(b)** 15 **(c)** 18 **(d)** 21 **(e)** 24

---

(6) Determine o valor da expressão

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{77}+\sqrt{81}}$$

(a) $1,5$ **(b)** 2 **(c)** $2,5$ **(d)** 3 **(e)** $3,5$

---

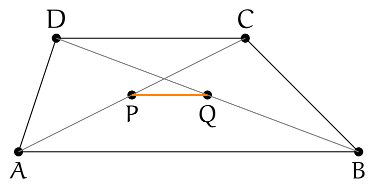
(7) Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \pi x + 2021$. O valor de $\frac{f(x+13)-f(x)}{13}$ é igual
(a) $\pi/2$ **(b)** π **(c)** 2π **(d)** $\pi+1$ **(e)** $\pi-1$

---

(8) A quantidade de divisores positivos do número $n = 4^3 \cdot 5^3 \cdot 7^3$ é

(a) 64 **(b)** 72 **(c)** 80 **(d)** 96 **(e)** 112

(9) $ABCD$ é um trapézio de bases AB e CD, com $\overline{AB} = 9$ $\overline{CD} = 5$.



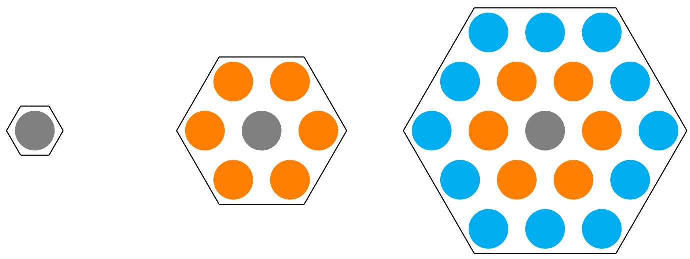
A medida do segmento PQ que une os pontos médios das diagonais AC e BD é

(a) $1,5$ **(b)** $1,75$ **(c)** 2 **(d)** $2,25$ **(e)** $2,5$

(10) O valor máximo da função $f(x) = \operatorname{sen} x + \sqrt{3}\cos x$, sendo x um número real é

(a) $1 + \sqrt{3}$ **(b)** 2 **(c)** $2\sqrt{3}$ **(d)** $\sqrt{3}$ **(e)** $3/2$

(11) Três hexágonos de tamanho crescente são mostrados abaixo. Suponha que o padrão de pontos continue de forma que cada hexágono sucessivo contenha mais uma faixa de pontos.



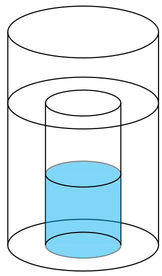
Quantos pontos haverá no próximo hexágono?

(a) 35 **(b)** 37 **(c)** 39 **(d)** 43 **(e)** 49

(12) Seja f uma função definida no conjunto de números inteiros positivos com a propriedade de $f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$ para todos os números inteiros positivos a e b. Além disso, suponha que f também tenha a propriedade de $f(p) = p$ para todo número primo p. Quanto é $f(2021)$?

(a) 88 **(b)** 89 **(c)** 90 **(d)** 91 **(e)** 92

(13) Dois vasos possuem o formato cilíndrico. O vaso maior tem diâmetro 20 cm. O vaso menor tem diâmetro 10 cm e altura de medida 16 cm. O vaso maior está parcialmente cheio de água. Então o vaso menor vazio, com a extremidade aberta na parte superior, é lentamente empurrado para baixo na água, que flui sobre sua borda. Quando o vaso menor atinge a parte de baixo, fica com água até a metade.



Qual era a profundidade original da água no vaso maior?

(a) 10 cm **(b)** 12 cm **(c)** 14 cm **(d)** 16 cm **(e)** 18 CM

---

(14) Um grupo de amigos está compartilhando um saco de doces.

- No primeiro dia, eles comem $1/2$ dos doces na sacola.
- No segundo dia, eles comem $2/3$ dos doces restantes.
- No terceiro dia, eles comem $3/4$ dos doces restantes.
- No quarto dia, eles comem $4/5$ dos doces restantes.
- No quinto dia, eles comem $5/6$ dos doces restantes.
- Ao final do quinto dia, resta 1 doce na sacola.

Quantos doces havia na sacola antes do primeiro dia?

(a) 512 **(b)** 720 **(c)** 1024 **(d)** 1440 **(e)** 2048

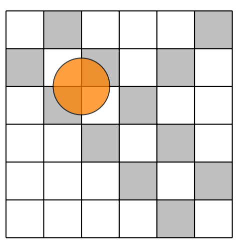
---

(15) Os trens chegam à Estação Euler a cada n minutos, onde n é um número inteiro positivo. Trens chegam à Estação Euler em muitos horários diferentes, incluindo às 10 h 10 min, 10h 55 min, e 11 h 58 min. Qual das alternativas a seguir é um valor possível para n?

(a) 9 **(b)** 7 **(c)** 10 **(d)** 5 **(e)** 11

---

(16) Juliana tem uma grade feita de quadrados sombreados e não sombreados de lado 2 cm, como mostrado. Ela aleatoriamente coloca um círculo com um diâmetro de 3 cm na grade de modo que o centro do círculo está no ponto de encontro de quatro quadrados. Qual é probabilidade de que ela coloque o disco de modo que esteja tocando um número igual de quadrados sombreados e não sombreados?



(a) $\frac{13}{25}$ **(b)** $\frac{17}{25}$ **(c)** $\frac{11}{25}$ **(d)** $\frac{21}{25}$ **(e)** $\frac{3}{5}$

---

(17) Um robô é colocado na grade mostrada. O robô começa no quadrado 25, inicialmente voltado para o quadrado 32. O robô (i) se move 2 quadrados para a frente na direção para a qual está voltado, (ii) gira 90° no sentido horário, e (iii) avança 1 quadrado na nova direção. Assim, o robô se move para a casa 39, em seguida, vira para o quadrado 38 e, em seguida, move-se para o quadrado 38. O robô repete a sequência de movimentos (i), (ii), (iii) mais duas vezes. Dado que o robô nunca sai do grade, em que quadrado termina?

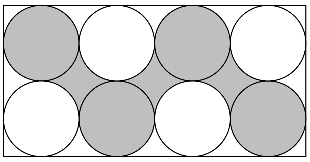
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

(a) 16 **(b)** 20 **(c)** 29 **(d)** 24 **(e)** 25

(18) Edenize pedala 3 vezes mais rápido do que corre. Ela passa 4 horas pedalando e 1 hora correndo. A proporção da distância percorrida por ela pedalando em relação à distância percorrida por ela correndo é
(a) 12 : 1 **(b)** 7 : 1 **(c)** 4 : 3 **(d)** 16 : 9 **(e)** 1 : 1

(19) Ana comprou e vendeu $15n$ abacates, para algum número inteiro positivo n. Ela obteve lucro de R$ 100. Sabendo que ela pagou R$ 2 para cada 3 abacates e vendeu cada 5 abacates por R$ 4, qual é o valor de n?
(a) 100 **(b)** 20 **(c)** 50 **(d)** 30 **(e)** 8

(20) No diagrama, oito círculos, cada um com raio 1, são desenhados dentro de um retângulo. Quatro dos círculos são tangentes a dois lados do retângulo e a dois outros círculos. Quatro dos círculos são tangentes a um lado do retângulo e a três outros círculos. Uma região foi sombreada, como mostrando. Consiste em três espaços (cada espaço limitado por um conjunto diferente de quatro círculos), bem como quatro dos círculos próprios.



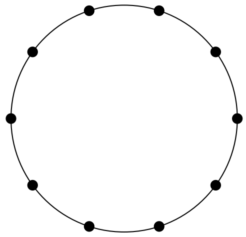
A área desta região é mais próxima de
(a) 12 **(b)** 13 **(c)** 14 **(d)** 15 **(e)** 16

(21) Quantas configurações existem para seis lâmpadas, se cada lâmpada pode estar acesa ou apagada? A figura abaixo ilustra uma configuração possível.

(a) 12 **(b)** 15 **(c)** 36 **(d)** 64 **(e)** 72

(22) As 120 permutações de OBMEP são organizadas em ordem alfabética. A última letra da 71ª palavra é
(a) O **(b)** B **(c)** M **(d)** E **(e)** P

(23) Dez pontos estão dispostos sobre uma circunferência, como mostrado abaixo.



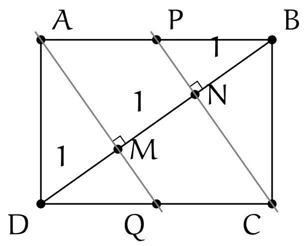
Quantos segmentos de reta diferentes estes pontos determinam?

(a) 20 **(b)** 28 **(c)** 36 **(d)** 45 **(e)** 55

---

(24)

A diagonal DB do retângulo $ABCD$ é dividida em três segmentos de medida 1 cm por retas paralelas ℓ e ℓ' que passam por A e C e são perpendiculares a DB.
Qual número é mais próximo da área de $ABCD$, expressa em cm^2?



(a) 4.1 **(b)** $4,2$ **(c)** $4,3$ **(d)** $4,4$ **(e)** $4,5$

---

(25) Para o consumidor, um único desconto de $n\%$ é mais vantajoso do que qualquer um dos seguintes descontos:

(1) dois descontos sucessivos de 15%

(2) três descontos sucessivos de 10%

(3) um desconto de 25% seguido por um desconto de 5%

Qual é o menor valor inteiro positivo possível de n?

(a) 27 **(b)** 28 **(c)** 29 **(d)** 31 **(e)** 33

---

(26) As faces em cada um de dos dois dados justos são numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 8. Quando os dois dados são lançados, qual é a probabilidade de que sua soma seja um número par?

(a) $\frac{4}{9}$ **(b)** $\frac{1}{2}$ **(c)** $\frac{5}{9}$ **(d)** $\frac{3}{5}$ **(e)** $\frac{2}{3}$

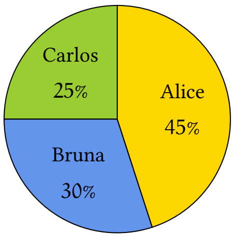
---

(27) Dois fazendeiros concordam que os porcos valem \$ 300 e que as cabras valem \$ 210. Quando um fazendeiro deve ao outro, ele paga a dívida em porcos ou cabras, com o "troco" recebido na forma de cabras ou porcos quando necessário. (Por exemplo, uma dívida pode ser paga com dois porcos, com uma cabra recebida como troco). Qual é o menor montante positivo que pode ser pago desta maneira?

(a) \$ 5 **(b)** \$ 10 **(c)** \$ 30 **(d)** \$ 90 **(e)** \$ 210

---

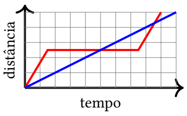
(28) Alice, Bruna e Carlos foram os candidatos na recente eleição do grêmio estudantil. O gráfico mostra como os votos foram distribuídos entre os três candidatos. Se Bruna recebeu 36 votos, quantas votos foram contabilizados ao todo?

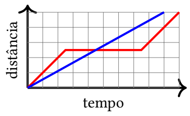


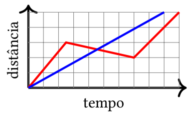
(a) 70 **(b)** 84 **(c)** 100 **(d)** 106 **(e)** 120

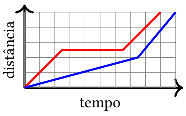
---

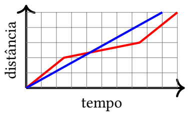
(29) Uma tartaruga desafia uma lebre para uma corrida. A lebre concorda ansiosamente e rapidamente corre à frente, deixando para trás a lenta tartaruga. Confiante de que vai vencer, a lebre pára para tirar uma soneca. Enquanto isso, a tartaruga anda em um ritmo lento e constante durante toda a corrida. A lebre acorda e corre para a linha de chegada, apenas para encontrar a tartaruga já lá. Qual dos seguintes gráficos corresponde à descrição da corrida, mostrando a distância d percorrida pelos dois animais ao longo do tempo t do início ao fim?

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

(e) 

---

(30) Suponha que o número real x satisfaz

$$\sqrt{49-x^2}-\sqrt{25-x^2}=3.$$

Qual o valor de $\sqrt{49-x^2}+\sqrt{25-x^2}$?

(a) 8 **(b)** $\sqrt{33}+8$ **(c)** 9 **(d)** $2\sqrt{10}+4$ **(e)** 12
