Capítulo 1

Produtos Notáveis e Identidades Algébricas (Parte 1)

1.1 Elevando ao Quadrado

Iniciamos com as identidades algébricas[1] que normalmente aprendemos no penúltimo ano do ensino fundamental, conhecidas como *quadrado da soma*, *quadrado da diferença* e *diferença de quadrados*. Apesar de simples, essas identidades são poderosas e aplicáveis a problemas de variados níveis de complexidade.

Na escola, elas costumam ser introduzidas como produtos notáveis, isto é, com foco em utilizar as fórmulas da esquerda para a direita. No entanto, essas identidades também são ferramentas fundamentais para a fatoração: ao reconhecer uma expressão, podemos identificar se ela representa o quadrado ou a diferença de dois termos, ou o produto da soma pela diferença de dois termos.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \tag{1.1}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \tag{1.2}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \tag{1.3}$$

Vejamos algumas aplicações.

Problema 1 **(Regata Matemática de Moscou 2017/18)**

O número $200^2 - 399$ é primo ou composto?

[1]Estas notas fazem parte do Curso Matemática Elementar com Problemas Olímpicos – ©Professor Paulo Rodrigues, disponível em www.cadernosdematematica.com.br

Resolução: Fazendo $n = 200$, temos que $399 = 2n - 1$ e, portanto,

$$200^2 - 399 = n^2 - (2n - 1) = n^2 - 2n + 1 = (n - 1)^2 = 199^2,$$

donde segue que além de não ser primo, é um quadrado perfeito. ◉

Observe que a alternativa de calcular o número explicitamente leva a tentar fatorar o número 39601, que não é divisível por 3, nem por 5, nem por 7, nem por 11,..., nem por 197! O primeiro e único primo que divide o número é 199, tornando inviável tal abordagem.

Problema 2

Mostre que o número 3 999 991 não é primo.

Resolução: Para mostrar que o número não é primo, é suficiente escrevê-lo como produto de dois números inteiros positivos maiores que 1. Observamos que o número pode ser escrito como a diferença entre dois quadrados perfeitos e utilizemos a fatoração da diferença de quadrados. De fato,

$$\begin{aligned} 3\,999\,991 &= 4\,000\,000 - 9 = \\ &= 4 \cdot 10^6 - 9 = (2 \cdot 10^3)^2 - 3^2 = \\ &= (2 \cdot 10^3 - 3)(2 \cdot 10^3 + 3) = 1997 \cdot 2003. \end{aligned}$$

◉

Problema 3

Suponha que o número natural n pode ser escrito como soma dos quadrados de dois inteiros. Mostre que o número $2n$ também pode ser escrito desta forma.

Resolução: Pelo enunciado, existem inteiros a e b tais que $n = a^2 + b^2$. Deste modo,

$$\begin{aligned} 2n = 2a^2 + 2b^2 &= (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2) = \\ &= (a + b)^2 + (a - b)^2, \end{aligned}$$

ou seja, $2n$ pode ser escrito como a soma dos quadrados de $a + b$ e $a - b$. ◉

Problema 4 **(OBMEP – Seleção PECI)**

Observe que

$$1^2 + 2^2 + (1 \times 2)^2 = 3^2$$
$$2^2 + 3^2 + (2 \times 3)^2 = 7^2$$
$$3^2 + 4^2 + (3 \times 4)^2 = 13^2.$$

Prove que se a e b são inteiros consecutivos então o número $a^2 + b^2 + (ab)^2$ é um quadrado perfeito.

Resolução: Os exemplos do enunciado sugerem que se a e b são consecutivos, então $a^2 + b^2 + (ab)^2 = (ab + 1)^2$. Suponha, sem perda de generalidade, que $b > a$, isto é, $b - a = 1$. Então

$$(b - a)^2 = 1^2$$
$$b^2 - 2ab + a^2 = 1$$
$$a^2 + b^2 = 2ab + 1.$$

Somando $(ab)^2$ em cada lado da igualdade, temos

$$a^2 + b^2 + (ab)^2 = (2ab + 1) + (ab)^2 = (ab)^2 + 2(ab) \cdot 1 + 1^2 = (ab + 1)^2.$$

⦿

Problema 5

Prove que, ao multiplicar quatro números inteiros consecutivos e adicionar 1 ao resultado, obtém-se um quadrado perfeito.

Resolução: Vejamos alguns casos particulares:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 = 5^2$$
$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 1 = 11^2$$
$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1 = 19^2$$
$$4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 1 = 29^2$$

Parece que o resultado a ser provado é realmente verdadeiro, mas temos que encontrar uma demonstração que seja válida para quaisquer quatro inteiros consecutivos. Sejam então n, $n + 1$, $n + 2$ e $n + 3$ tais inteiros. Observe que

$$n(n + 3) = n^2 + 3n$$
$$(n + 1)(n + 2) = n^2 + 3n + 2$$

Então, fazendo $n^2 + 3n = \ell$, temos que

$$n(n+1)(n+2)(n+3) = [n(n+3)][(n+1)(n+2)]+1 = \ell(\ell+2)+1 = \ell^2+2\ell+1 = (\ell+1)^2,$$

ou seja,

$$n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (n^2+3n+1)^2.$$

⊙

Para os próximos dois problemas, além das identidades algébricas precisaremos utilizar a propriedade:

⚓ Para todo número real x, vale a desigualdade $x^2 \geqslant 0$. A igualdade só ocorre quando $x = 0$.

Problema 6 **(Desigualdade das Médias para dois números)**

Sejam a e b números reais positivos. Prove que a média aritmética desses números é maior ou igual a média geométrica, isto é,

$$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}.$$

Resolução: Considere a diferença entre a média aritmética e a média geométrica de a e b:

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}.$$

Utilizando a identidade do quadrado da diferença, podemos reescrever essa expressão como:

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}.$$

Observe que $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$ representa o quadrado da diferença entre as raízes quadradas de a e b. Como o quadrado de qualquer número real é não negativo, temos:

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geqslant 0.$$

Consequentemente:

$$\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geqslant 0.$$

Portanto, a diferença entre a média aritmética e a média geométrica é maior ou igual a zero, o que implica que:

$$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}.$$

A igualdade ocorre se, e somente se, $a = b$. Isso significa que a média aritmética e a média geométrica são iguais apenas quando os dois números são iguais. ⊙

De forma mais abrangente, a média aritmética de um conjunto de números reais positivos $x_1, x_2, \ldots, x_n$ é calculada somando-se todos os valores e dividindo o resultado pela quantidade de números. Essa média é representada por:

$$\text{M.A.} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}.$$

Já a média geométrica é obtida multiplicando todos os números e calculando a raiz de índice n do resultado:

$$\text{M.G.} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}.$$

Um resultado fundamental em matemática estabelece que, para qualquer conjunto de números reais positivos e para qualquer valor de n maior ou igual a 2, a média aritmética é sempre maior ou igual à média geométrica. Em outras palavras, M.A. $\geqslant$ M.G. Essa desigualdade se torna uma igualdade somente em casos muito específicos, quando todos os números do conjunto são iguais. No Problema 16, demonstramos essa propriedade para o caso particular em que temos três números.

Problema 7

Sejam a, b e c números reais quaisquer. Prove que a desigualdade

$$a^2 + b^2 + c^2 \geqslant ab + bc + ca$$

é verdadeira.

Resolução: Para isso, basta mostrar que o número $a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$ não pode ser negativo. O dobro desse número é dado por

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2(ab + bc + ca) = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2.$$

Como $x^2 \geqslant 0$, qualquer que seja o real x, temos que $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \geqslant 0$. A igualdade só ocorre quando $a-b = b-c = c-a = 0$, ou seja, quando $a = b = c$.

Problema 8 **(Olimpíada Russa 1993)**

O número natural n é tal que os números $2n + 1$ e $3n + 1$ são quadrados. Pode o número $5n + 3$ ser primo nessas condições?

Resolução: Se $2n + 1 = k^2$ e $3n + 1 = m^2$ sendo k e m inteiros positivos, então

$$5n + 3 = 4(2n + 1) - (3n + 1) = 4k^2 - m^2 = (2k + m)(2k - m).$$

Provaremos que $2k - m \neq 1$. De fato, se fosse, então $5n + 3 = 2k + m = 2m + 1$ e

$$(m - 1)^2 = m^2 - (2m + 1) + 2 = (3n + 1) - (5n + 3) + 2 = -2n < 0,$$

o que é impossível.

Nossa próxima identidade algébrica é o quadrado da soma de três números.

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \tag{1.4}$$

Tal identidade pode ser obtida a partir da soma dos quadrados:

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= ((a+b)+c)^2\\ &= (a+b)^2+2(a+b)c+c^2\\ &= a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2\\ &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca).\end{aligned}$$

Problema 9

Sabe-se que $a+b+c=5$ e $ab+bc+ac=5$. Quais valores $a^2+b^2+c^2$ pode assumir?

Resolução: Utilizando a identidade 1.4, temos que

$$\begin{gathered}(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \implies\\ 5^2 = a^2+b^2+c^2+2\cdot 5 \implies\\ a^2+b^2+c^2 = 25-10 = 15.\end{gathered}$$

Problema 10 (Olimpíada de Moscou)

Suponha que o inteiro positivo n é a soma dos quadrados de três inteiros positivos. Prove que n^2 também é igual à soma dos quadrados de três inteiros positivos.

Resolução: Se $n = a^2+b^2+c^2$, então, por 1.4, temos

$$n^2 = (a^2+b^2+c^2)^2 = a^4+b^4+c^4+2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2,$$

subtraindo $4a^2b^2$ e $4b^2c^2$ dos dois lados, temos:

$$\begin{gathered}n^2-4a^2b^2-4b^2c^2 = \underbrace{a^4+b^4+c^4-2a^2b^2+2a^2c^2-2b^2c^2}_{=(a^2+c^2-b^2)^2}\\ \implies n^2-4a^2b^2-4b^2c^2 = (a^2+c^2-b^2)^2,\end{gathered}$$

e então,

$$\begin{gathered}n^2 = (a^2+c^2-b^2)^2+4a^2b^2+4b^2c^2\\ \Rightarrow n^2 = (a^2+c^2-b^2)^2+(2ab)^2+(2bc)^2,\end{gathered}$$

logo n^2 é a soma dos quadrados de três inteiros positivos. ⊡

1.2 Elevando ao Cubo

A principal identidade que normalmente aprendemos na escola em relação aos cubos é o chamado *cubo da soma*, um caso particular do Binômio de Newton, que veremos adiante:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

No entanto, essa mesma identidade pode ser reescrita de uma segunda maneira, que se mostra mais útil na resolução de muitos problemas:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b). \tag{1.5}$$

A identidade equivalente para o cubo da diferença é

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab(a-b). \tag{1.6}$$

Problema 11 **(Olimpíada Cearense de Matemática)**

Sejam a, b e c números tais que $a+b+c=0$. Prove que

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc.$$

Resolução: Como $a+b=-c$ e utilizando a identidade 1.5, temos

$$\begin{aligned}(-c)^3 &= (a+b)^3 \implies\\ -c^3 &= a^3+b^3+3ab(a+b) \implies\\ -c^3 &= a^3+b^3+3ab(-c) \implies\\ 3abc &= a^3+b^3+c^3.\end{aligned}$$

⊡

Problema 12

Fatore:

$$(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3.$$

Resolução: Fazendo $a = x-y$, $b = y-z$ e $c = z-x$, temos que

$$a+b+c = x-y+y-z+z-x = 0,$$

e então, pelo problema anterior sabemos que $a^3+b^3+c^3 = 3abc$. Portanto,

$$(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 = 3(x-y)(y-z)(z-x).$$

São também importantes as fatorações da soma dos cubos e da diferença dos cubos:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \tag{1.7}$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \tag{1.8}$$

Problema 13 **(Banco de questões OBMEP – 2011)**

Prove que o número 1000343 não é primo.

Resolução: Observe que

$$1000343 = 1000000 + 343 = 10^6 + 7^3 = (10^2)^3 + 7^3.$$

Portanto, utilizando 1.7, obtemos

$$1000343 = 100^3 + 7^3 = (100+7)(100^2 - 100 \cdot 7 + 7^3) = 107 \cdot 99643,$$

e portanto, 1000343 não é primo.

A identidade abaixo é muito útil quando temos três ou mais números.

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a). \tag{1.9}$$

Demonstração. A partir de 1.5, expandindo $(a+b+c)^3$ como $[(a+b)+c]^3$.

$$\begin{aligned}
[(a+b)+c]^3 &= (a+b)^3 + c^3 + 3(a+b)c(a+b+c) \\
&= a^3 + b^3 + 3ab(a+b) + c^3 + 3(a+b)c(a+b+c) \\
&= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)[ab + c(a+b+c)] \\
&= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(c^2 + c(a+b) + ab] \\
&= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a).
\end{aligned}$$

□

Uma segunda solução para o problema 11 decorre diretamente dessa identidade. Se $a + b + c = 0$, então $a + b = -c$, $b + c = -a$ e $c + a = -b$. Substituindo esses valores em 1.9, obtemos:

$$0 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(-c)(-a)(-b) \implies a^3 + b^3 + c^3 = 3abc.$$

Problema 14 **(Banco de Questões OBMEP 2011)**

Resolva o sistema

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=1 \\ x^3+y^3+z^3=1. \end{cases}$$

Resolução: Utilizando a identidade para o cubo da soma de três números 1.9, obtemos

$$(x+y+z)^3 = x^3+y^3+z^3+3(x+y)(y+z)(z+x).$$

Substituindo os valores de $x+y+z$ e $x^3+y^3+z^3$ chegamos a

$$1^3 = 1+3(x+y)(y+z)(z+x),$$

donde $(x+y)(y+z)(z+x) = 0$. Assim, $x = -y$ ou $y = -z$ ou $z = -x$. Como as equações são simétricas, vamos supor $x = -y$. Logo, de $x+y+z = 1$, obtemos $z = 1$ e de $x^2+y^2+z^2 = 1$ obtemos $2x^2 = 0$, ou $x = 0$. Concluímos que as únicas soluções são $(0,0,1)$, $(0,1,0)$ e $(1,0,0)$. ▣

Problema 15 **(Torneio das Cidades)**

Sejam a, b, c e d números reais tais que

$$a^3+b^3+c^3+d^3 = a+b+c+d = 0.$$

Prove que a soma de dois desses números é zero.

Resolução: A partir de $-d = a+b+c$ e utilizando 1.9, obtemos

$$\begin{aligned} (-d)^3 &= (a+b+c)^3 \implies \\ -d^3 &= a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(c+a) \implies \\ 0 &= a^3+b^3+c^3+d^3+3(a+b)(b+c)(c+a) \implies \\ 0 &= (a+b)(b+c)(c+a). \end{aligned}$$

Portanto, pelo menos um dos números $a+b$, $b+c$ e $c+a$ é igual a zero, como queríamos demonstrar. ▣

Um resultado muito útil e com muitas aplicações é a fatoração a seguir.

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \qquad (1.10)$$

Demonstração. Utilizando 1.7 e 1.5, obtemos:

$$\begin{aligned} a^3+b^3+c^3-3abc &= (a+b)^3+c^3-3ab(a+b)-3abc \\ &= (a+b+c)((a+b)^2-(a+b)c+c^2)-3ab(a+b+c)= \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-a-b). \end{aligned}$$

□

Note que essa fatoração nos oferece, como um bônus, uma terceira solução para o problema 11. Quando temos $a+b+c=0$, segue que $a^3+b^3+c^3-3abc=0$.

A média aritmética de três números reais positivos a, b e c é definida como $(a+b+c)/3$ e a média geométrica como $\sqrt[3]{abc}$.

Problema 16 **(Desigualdade das Médias para três números)**

Sejam a, b e c números reais positivos. Prove que a média aritmética destes três números é maior ou igual a média geométrica, isto é

$$\frac{a+b+c}{3} \geqslant \sqrt[3]{abc}.$$

Resolução: Para demonstrar este teorema, consideremos a substituição $a = x^3$, $b = y^3$ e $c = z^3$, onde x, y e z são números reais positivos. Com essa substituição, a desigualdade a ser provada se torna:

$$\frac{x^3+y^3+z^3}{3} \geqslant xyz \iff x^3+y^3+z^3-3xyz \geqslant 0.$$

Utilizando a fatoração 1.10, obtemos:

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx).$$

Observe que, como a, b e c são positivos, temos $x+y+z = \sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c} > 0$. Além disso, pelo problema 6, sabemos que $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx \geqslant 0$, com a igualdade ocorrendo apenas quando $x=y=z$.

Portanto, o produto de dois números não negativos é não negativo, e concluímos que:

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) \geqslant 0.$$

A igualdade ocorre se, e somente se, o segundo fator for igual a zero, o que implica em $x=y=z$. Consequentemente, a desigualdade original é válida, e a igualdade ocorre apenas quando $a=b=c$. ⊡

1.3 Problemas Propostos

(17) (Olimpíada Distrital de Moscou) Sabe-se que $a^2 + b = b^2 + c = c^2 + a$. Quais valores a expressão

$$a(a^2 - b^2) + b(b^2 - c^2) + c(c^2 - a^2)$$

pode assumir?

(18) (Olimpíada Distrital de Moscou 2009) Escreva o número $2 \cdot 2009^2 + 2 \cdot 2010^2$ como soma dos quadrados de dois números naturais.

(19) (AIME 1989) Calcule $\sqrt{(31)(30)(29)(28) + 1}$.

(20) (Olimpíada de Moscou 2000) Dois números distintos x e y (não necessariamente inteiros) são tais que $x^2 - 2000x = y^2 - 2000y$. Encontre a soma dos números x e y.

(21) (Regata Matemática de Moscou 2005) Calcule $x^3 + y^3$ sabendo que $x + y = 5$ e $x + y + x^2y + xy^2 = 24$.

(22) (Regata Matemática de Moscou 2014) Sejam a, b e c três números reais tais que $a + b + c = 0$. Prove que, nesse caso, é válido a desigualdade $ab + ac + bc \leqslant 0$.

(23) (Olimpíada de Moscou 1945) Divida $a^{128} - b^{128}$ por

$$(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})(a^{32} + b^{32})(a^{64} + b^{64}).$$

(24) (AIME 1986) Qual é o maior inteiro positivo n para o qual $n^3 + 100$ é divisível por $n + 10$?

(25) (Torneio das Cidades 1987) Sejam a, b e c números inteiros tais que $a + b + c = 0$. Prove que o número $a^4 + b^4 + c^4$ é o dobro de um quadrado perfeito.

(26) Se dois números naturais m e n podem ser expressos como a soma dos quadrados de dois números naturais, prove que o produto mn também pode ser escrito como a soma dos quadrados de dois números naturais. Ou seja, se $m = a^2 + b^2$ e

$n = c^2 + d^2$, com a, b, c e d naturais, prove que existem naturais x e y tais que $mn = x^2 + y^2$.

(27) Prove que qualquer número inteiro pode ser representado como a soma dos cubos de cinco inteiros. Por exemplo, $52 = 4^3 + (-3)^3 + 2^3 + 2^3 + (-1)^3$.

(28) **(USAMO 1973)** Determine todas as raízes, reais ou complexas, do sistema de equações simultâneas.

$$\begin{cases} x + y + z & = 3, \\ x^2 + y^2 + z^2 & = 3, \\ x^3 + y^3 + z^3 & = 3. \end{cases}$$

(29) Sejam x, y números reais tais que

$$x^3 + y^3 + 3xy = 1.$$

Prove que $x + y = 1$ ou $x = y = -1$.

(30) **(Purple Comet 2021)** Sejam a, b e c números reais satisfazendo as equações

$$a^3 + abc = 26$$
$$b^3 + abc = 78$$
$$c^3 - abc = 104$$

Calcule $a^3 + b^3 + c^3$.

Ernst Eduard Kummer (1810–1893), um algebrista alemão, às vezes era lento com cálculos. Sempre que precisava fazer aritmética simples na aula, pedia ajuda aos alunos. Uma vez, ele teve que calcular 7×9. "Sete vezes nove," começou, "Sete vezes nove é… é… ah… sete vezes nove é…" "Sessenta e um," sugeriu um aluno. Kummer escreveu 61 no quadro. "Professor," disse outro aluno, "deveria ser sessenta e nove." "Ora, ora, senhores, não pode ser ambos," exclamou Kummer. "Tem que ser um ou outro."

1.4 + Matemática

Um achado casual em uma fotocopiadora conduz ao 'Nobel' da matemática

O francês Yves Meyer ganha o prêmio Abel por desenvolver uma técnica que permite ver cinema digital

Em um dia de 1984, o matemático Yves Meyer se encontrava na fila da fotocopiadora da Escola Politécnica de Palaiseau, perto de Paris. Um de seus colegas de edifício, um físico, estava imprimindo um estudo sobre uma nova técnica para decompor os sinais sísmicos complexos registrados nos terremotos. Meyer parou fascinado. Pegou o primeiro trem para Marselha para conhecer seus autores. Hoje, aquela técnica, a teoria de ondaletas, é uma das contribuições matemáticas que mais transformaram a sociedade: permite desmembrar imagens e sons em pacotes de informação mais simples que facilitam seu manejo. Graças às ondaletas podemos ver nosso pâncreas em um hospital, desfrutar de um filme digital ou comprimir nossas fotografias das férias em formato JPEG-2000. E, por desenvolver essa teoria, Yves Meyer ganhou nesta terça-feira o prêmio Abel, dotado com 675.000 euros (2,25 milhões de reais) e considerado o "Nobel" da matemática.

Meyer nasceu em 1939 e foi criado na Tunísia colonial francesa. Isso marcou seu caráter na hora de pesquisar. "Quando menino, era obcecado pelo desejo de atravessar as fronteiras entre os diferentes grupos étnicos", afirmou em uma entrevista em 2011. Quando se deparou na fotocopiadora com a teoria de ondaletas, ele era um matemático de 43 anos especialista em teoria de números, mas decidiu mudar de disciplina. Naquela primeira viagem a Marselha, conheceu Ingrid Daubechies, Alex Grossmann e Jean Morlet, três dos pioneiros das ondaletas. "Foi como um conto de fadas. Senti que, por fim, havia encontrado o meu lugar", explicou Meyer.

A Academia Norueguesa de Ciências e Letras, que concede o prêmio Abel, aplaude em um comunicado o "papel-chave [de Meyer] no desenvolvimento da teoria matemática de ondaletas". O pesquisador francês combinou os estudos fundacionais observados na fotocopiadora com o trabalho do matemático argentino Alberto Calderón, pioneiro da análise harmônica. "Sentiu-se fascinado por esta relação inesperada entre teorias de natureza tão diversa. Em meados [da década de 1980] deu forma a esta interconexão, apresentando uma visão unificada da teoria", destaca em um comunicado o Instituto de Ciências Matemáticas (ICMAT), em Madri, onde Meyer foi membro do comitê científico.

O matemático francês, professor emérito da Universidade Paris-Saclay, faz um chamado aos grandes especialistas de qualquer disciplina para mudarem de campo de pesquisa quando tiverem esgotado o seu. "Não sou mais esperto que meus colegas com carreiras mais estáveis", diz. "Sempre fui um nômade, intelectual e institucionalmente", conclui.

A teoria de ondaletas é uma das contribuições matemáticas que mais mudaram a sociedade

Seus avanços na teoria de ondaletas também permitem a eliminação de ruído em sinais complexos. Por exemplo, em 2015 o trabalho de Meyer foi crucial na detecção pela primeira vez das ondas gravitacionais previstas pelo físico Albert Einstein um século antes. O experimento LIGO, realizado por dois observatórios nos EUA, foi capaz de captar a deformação do espaço e do tempo provocada por uma onda gravitacional formada pelo choque de dois buracos negros há 1,3 bilhão de anos. Em 23 de maio, Meyer receberá o prêmio em uma cerimônia com o rei Harald, da Noruega.

El Pais - 21/03/2017